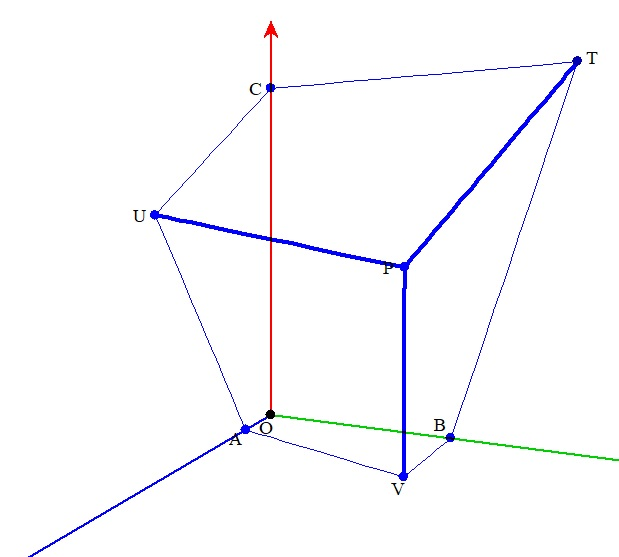
**「互いに垂直な3平面×２セットで挟まれた6面体において、各面の面積の『三平方の和』は等しい」**

**（略称「『三平方の和』は等しい」）**

上の六面体において、面OAVB、面OBTC、面OCUAはそれぞれ垂直に交わっており、

また、面PTCU、面PUAV、面PVBTもそれぞれ垂直に交わっている。

このとき、四角形OAVB、四角形OBTC、四角形OCUAの面積をそれぞれS1,S2,S3、

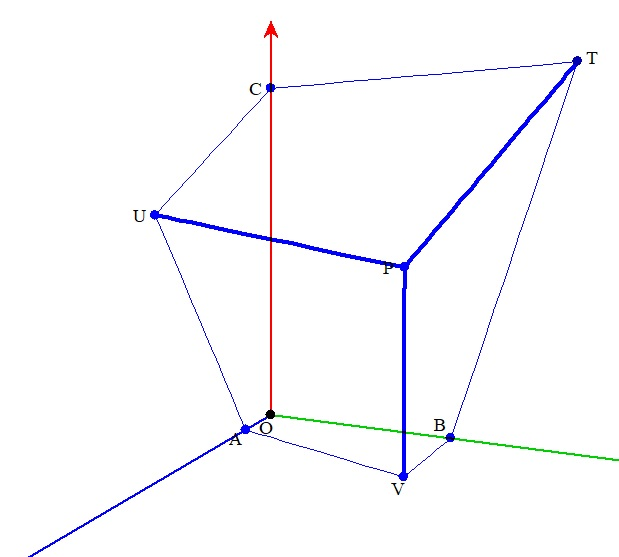
また、四角形PTCU、四角形PUAV、四角形PVBTの面積をそれぞれS4,S5,S6とすれば、

S12＋S22+S32=S42+S52+S62　　　が成り立つ。

**「『三平方の和』は等しい」の証明**空間ベクトルとMicrosoft Excelを用いた証明

　＜証明目次＞

|  |  |
| --- | --- |
| １　ベクトルを用いた計算  　(1)　はじめに  　(2)　３点、Ｔ，Ｕ，Ｖ　の座標  　(3)　３点、Ａ，Ｂ，Ｃ　の座標  　(4)　一般の四角形の面積の計算について  (5)　Ｓ１＋Ｓ２＋Ｓ３　の計算  　(6)　Ｓ４＋Ｓ５＋Ｓ６　の計算 | ２　エクセルを用いての計算  (1)　はじめに  (2)　計算システムのエクセルシート  (マクロ入り)の作成  (3)　作業の流れ  (4)　作業後のエクセルシート名と  作業後の項の個数 |

**「****『三平方の和』は等しい」の証明**空間ベクトルとMicrosoft Excelを用いた証明

z

y

ｘ

図１

１　ベクトルを用いた計算

(1)　はじめに

図１において、直交座標空間の軸上に点A、軸上に点B、軸上に点Cがある。

とすると、

となる。

また、　であるので、



　　　が成り立つ。

※計算するにあたって、この場だけ、次のような表記を定義しておく、

　　例えば、

(2)　３点、Ｔ，Ｕ，Ｖ　の座標

　　これが点Ｔの座標

　　これが点Ｕの座標

　　これが点Ｖの座標

(3)　３点、Ａ，Ｂ，Ｃ　の座標

　とする。

実数α１，β１を用いて



これは点Ｃの座標。この座標と座標は０であることから、

　より

　これを、点Ｃの座標に代入し、

　を得る。また、この分子をとする。

同様に、

となる。

また、それぞれの分子をとする。

(4)　一般の四角形の面積の計算について

一般に一つの角が直角な四角形の面積を求めてみる。

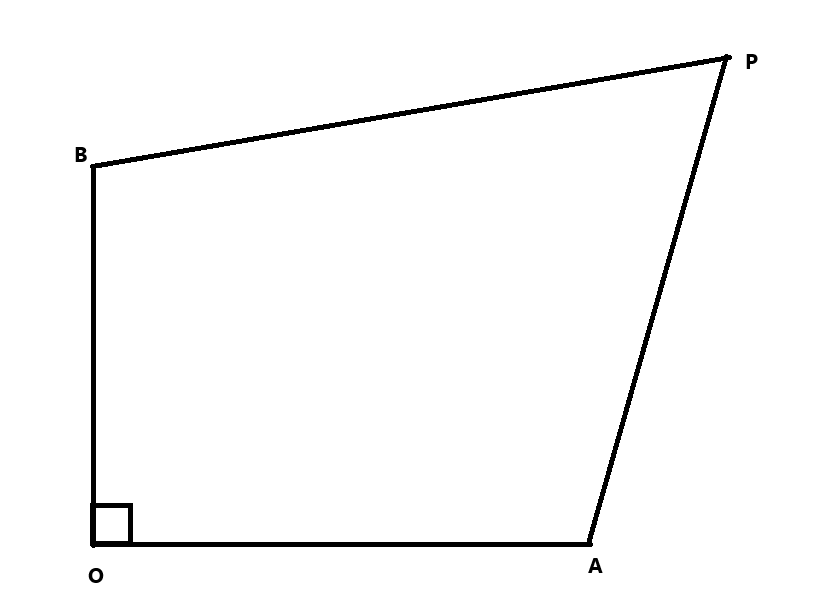
図２

図２のように、平面上に∠Ｏが直角の四角形ＯＡＰＢをつくる。

　とする。

　だから、

四角形ＯＡＰＢの面積をＳとすると



すなわち　

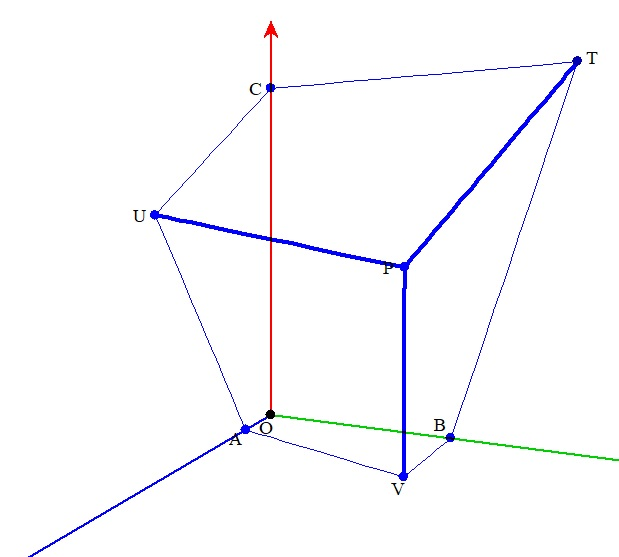
(5)　Ｓ１＋Ｓ２＋Ｓ３　の計算

図１（再掲）

四角形ＯＡＶＢの面積をＳ１、四角形ＯＢＴＣの面積をＳ２、四角形ＯＣＵＡの面積をＳ３とする。

　　より、

同様に

　これから、

であることなども用いて、



　　この式の分母をでそろえたときに、

上から

←ア

←イ

←ウ

←エ

←オ

←カ

前で挙げたを用いて分子は、



　　　　この式の1行目からア,イ,ウ,エ,オ,カとしておく。

　　　　また、



　　　　である。

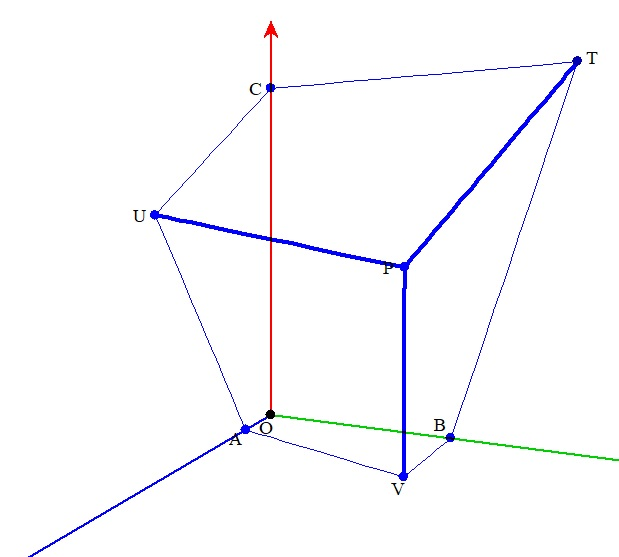
(6)　Ｓ４＋Ｓ５＋Ｓ６　の計算

図１（再掲）

四角形ＰＴＣＵの面積をＳ４、四角形ＰＵＡＶの面積をＳ５、四角形ＰＶＢＴの面積をＳ６とする。

　　また『３点、Ａ，Ｂ，Ｃ　の座標』の項で示したことより、

　よって、

　同様に、





この式の分母をでそろえたときに、分子は、

上から

←キ

←ク

←ケ



　　　これを上の行から、キ,ク,ケとする。

２　エクセルを用いての計算

(1)　はじめに

　使用する文字は９個（）であるので、それらの積からなる１つの項を、エクセル上で、「係数および指数の、計10個の数値」で表現した。

例

上の表では、2行目～４行目が３つの項を表し、ひとつのつながった表では、その和を表すものとする。

この表では、を表している。

　　　　　　―――――――――――――――――――――――――――――――

　　　また、途中から、係数の中にある定数を用いている。途中からエクセル上では、

　　　「係数（「数値」と「定数の指数」）および指数、計11個の数値」で表現している。

　　例



この表では、を表している。

　(2)　計算システムのエクセルシート(マクロ入り)の作成

　　　上記９個（ｋを含めると10個）の文字専用で使えるエクセルのシステムファイルを作成した。

　　　※下の表を参照



　〈各シートの説明〉

　　・「①-展開計算シート.xlsm」は、多項式の２乗を求める関数、および多項式同士の積を展開するマクロの入ったエクセルシート。

・「②-同類項まとめシステム.xlsm」「③-同類項まとめシステム(k版).xlsm」は、ピボットテーブルを用いて、同類項をまとめ、係数の和を求めるシート。

　　・「④-v1消去システム(k版).xlsm」「⑤-v2消去システム(k版).xlsm」「⑥-v3消去システム(k版).xlsm」は、

　　　の②と③を連立して得られる式、

　から、

　と置き換えを行っている。このとき、

　　である。

　　・「⑦-t3u3消去システム(k版).xlsm」は、

から得られる、　を用いて、

の累乗部分（など）について置換を行い、

結果的に、のどちらか一方を各項から消去している。

(3)　作業の流れ

　であり、

　であることから、

（ア＋イ＋ウ＋エ＋オ＋カ）－（キ＋ク＋ケ）＝０　であることを示せばよい。

　(4)　作業後のエクセルシート名と作業後の項の個数

　　　※下の表は作業の進行順に並べている。

　　計算システムの　①～⑦を用いて、（ア＋イ＋ウ＋エ＋オ＋カ）－（キ＋ク＋ケ）を計算した。

　　出現する文字は9個（t1,t2,t3,u1,u2,u3,v1,v2,v3）だが、



　　を用いて、t1,t2,t3を消去（代わりにｋが出現）し、各項からt3,u3の一方を消去することで、

　　（ア＋イ＋ウ＋エ＋オ＋カ）－（キ＋ク＋ケ）＝０　を導き出した。

　　これより、「『三平方の和』は等しい」ことが証明された。

