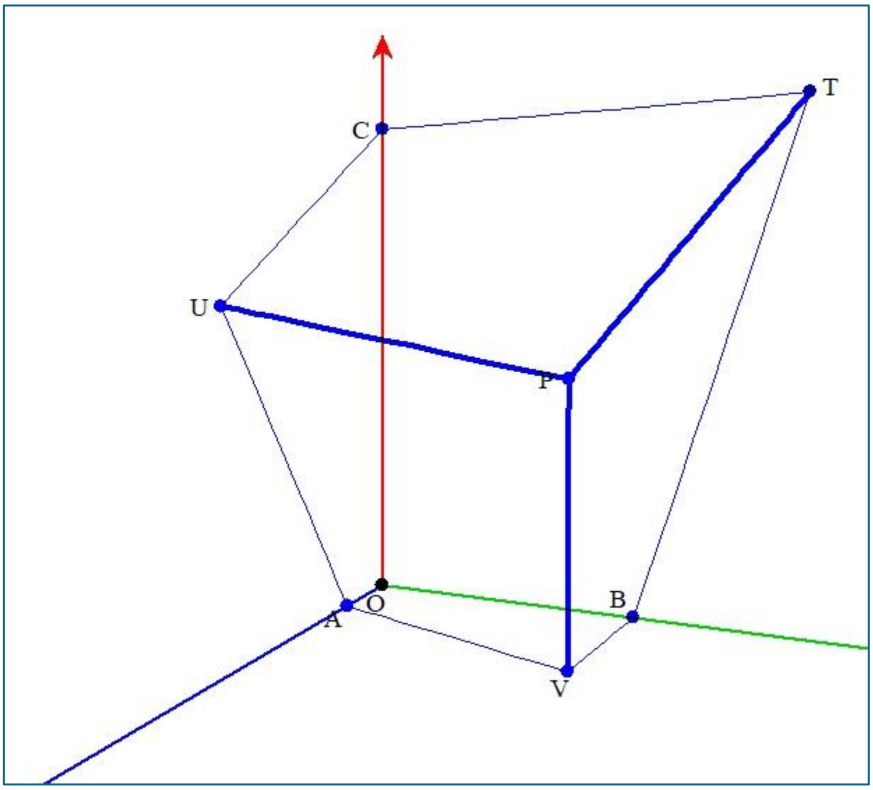
「互いに垂直な３平面×2セットで挟まれた６面体において、各面の面積の『三平方の和』は等しい」（略称「『三平方の和』は等しい」）



上の六面体において、面 OAVB、面 OBTC、面 OCUA はそれぞれ垂直に交わっており、

また、面 PTCU、面 PUAV、面 PVBT もそれぞれ垂直に交わっている。

このとき、四角形 OAVB、四角形 OBTC、四角形 OCUA の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3、

また、四角形 PTCU、四角形 PUAV、四角形 PVBT の面積をそれぞれ S_4, S_5, S_6 とすれば、

$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S_4^2 + S_5^2 + S_6^2$ が成り立つ。

「『三平方の和』は等しい」の証明　　空間ベクトルと Microsoft Excel を用いた証明

＜証明目次＞

１　ベクトルを用いた計算	２　エクセルを用いての計算
(1)　はじめに	(1)　はじめに
(2)　３点、Ｔ，Ｕ，Ｖ　の座標	(2)　計算システムのエクセルシート（マクロ入り）の作成
(3)　３点、Ａ，Ｂ，Ｃ　の座標	(3)　作業の流れ
(4)　一般の四角形の面積の計算について	(4)　作業後のエクセルシート名と作業後の項の個数
(5)　$S_1 + S_2 + S_3$　の計算	
(6)　$S_4 + S_5 + S_6$　の計算	

「『三平方の和』は等しい」の証明　　　　　空間ベクトルと Microsoft Excel を用いた証明

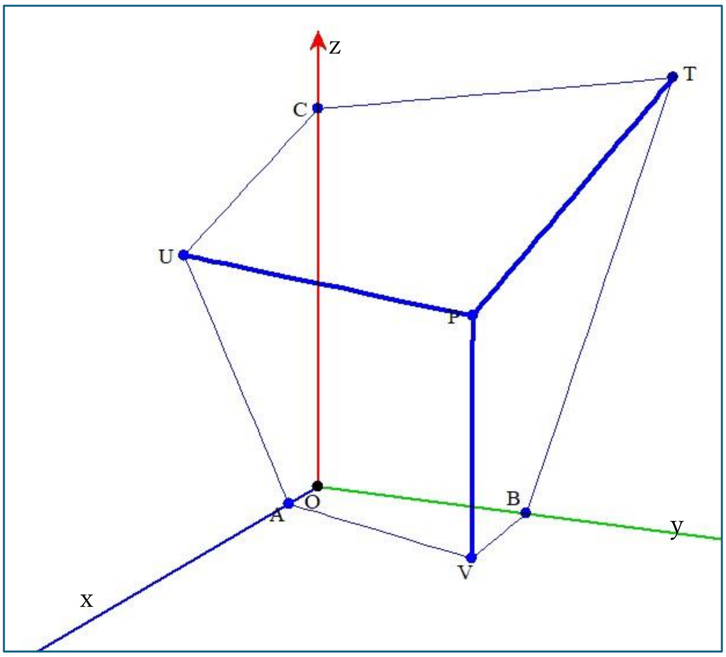


図１

1　ベクトルを用いた計算

(1)　はじめに

図１において、直交座標空間のx軸上に点 A、y軸上に点 B、z軸上に点 C がある。

$\overrightarrow{\mathrm{PT}}=\vec{t}=(t_1,t_2,t_3)$, $\overrightarrow{\mathrm{PU}}=\vec{u}=(u_1,u_2,u_3)$, $\overrightarrow{\mathrm{PV}}=\vec{v}=(v_1,v_2,v_3)$ とすると、

$\mathrm{P}(-t_1,-u_2,-v_3)$ となる。

また、$\vec{t}\perp\vec{u}\,,\vec{u}\perp\vec{v}\,,\vec{v}\perp\vec{t}$　であるので、

$t_1u_1+t_2u_2+t_3u_3=0$　－①，$u_1v_1+u_2v_2+u_3v_3=0$　－②，$v_1t_1+v_2t_2+v_3t_3=0$　－③

が成り立つ。

※計算するにあたって、この場だけ、次のような表記を定義しておく、

$t_1u_2-t_2u_1=\boxed{tu_{12}}$　　例えば、$u_2v_3-u_3v_2=\boxed{uv_{23}}$　，　$v_3t_1-v_1t_3=\boxed{vt_{31}}$

(2)　３点、T，U，V　の座標

$\overrightarrow{\mathrm{OT}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{PT}}=(0\,,\ t_2-u_2\ ,\ t_3-v_3)$　　これが点Ｔの座標

$\overrightarrow{\mathrm{OU}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{PU}}=(u_1-t_1\,,\ 0\ ,\ u_3-v_3)$　　これが点Ｕの座標

$\overrightarrow{\mathrm{OV}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{PV}}=(v_1-t_1\,,\ v_2-u_2\ ,\ 0)$　　これが点Ｖの座標

(3)　３点、A，B，C　の座標

$\mathrm{A}(a,0,0)$, $\mathrm{B}(0,b,0)$, $\mathrm{C}(0,0,c)$　とする。

実数α_1，β_1を用いて

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{\mathrm{OC}} &= \overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{PC}} \\
&= \overrightarrow{\mathrm{OP}} + \alpha_1\overrightarrow{\mathrm{PT}} + \beta_1\overrightarrow{\mathrm{PU}} \\
&= (-t_1, -u_2, -v_3) + \alpha_1(t_1, t_2, t_3) + \beta_1(u_1, u_2, u_3) \\
&= (\alpha_1 t_1 + \beta_1 u_1 - t_1,\ \alpha_1 t_2 + \beta_1 u_2 - u_2,\ \alpha_1 t_3 + \beta_1 u_3 - v_3)
\end{aligned}
$$

これは点Cの座標。このx座標とy座標は０であることから、

$\alpha_1 t_1 + \beta_1 u_1 - t_1 = 0$, $\alpha_1 t_2 + \beta_1 u_2 - u_2 = 0$　より

$\alpha_1 = \dfrac{t_1u_2 - u_1u_2}{t_1u_2 - t_2u_1}$, $\beta_1 = \dfrac{t_1u_2 - t_1t_2}{t_1u_2 - t_2u_1}$　これを、点Cのz座標に代入し、

$$
\begin{aligned}
c &= \frac{t_1u_2 - u_1u_2}{t_1u_2 - t_2u_1}t_3 + \frac{t_1u_2 - t_1t_2}{t_1u_2 - t_2u_1}u_3 - v_3 \\
&= \frac{(t_3u_2 - t_2u_3)t_1 + (t_1u_3 - t_3u_1)u_2 + (t_2u_1 - t_1u_2)v_3}{t_1u_2 - t_2u_1} \\
&= \frac{\boxed{tu_{32}}t_1 + \boxed{tu_{13}}u_2 + \boxed{tu_{21}}v_3}{\boxed{tu_{12}}}
\end{aligned}
$$

を得る。また、この分子をc'とする。

同様に、

$$
a = \frac{(u_3v_2 - u_2v_3)t_1 + (u_1v_3 - u_3v_1)u_2 + (u_2v_1 - u_1v_2)v_3}{u_2v_3 - u_3v_2} = \frac{\boxed{uv_{32}}t_1 + \boxed{uv_{13}}u_2 + \boxed{uv_{21}}v_3}{\boxed{uv_{23}}}
$$

$$
b = \frac{(v_3t_2 - v_2t_3)t_1 + (v_1t_3 - v_3t_1)u_2 + (v_2t_1 - v_1t_2)v_3}{v_3t_1 - v_1t_3} = \frac{\boxed{vt_{32}}t_1 + \boxed{vt_{13}}u_2 + \boxed{vt_{21}}v_3}{\boxed{vt_{31}}}
$$

となる。

また、それぞれの分子をa'，b'　とする。

(4)　一般の四角形の面積の計算について

一般に一つの角が直角な四角形の面積を求めてみる。

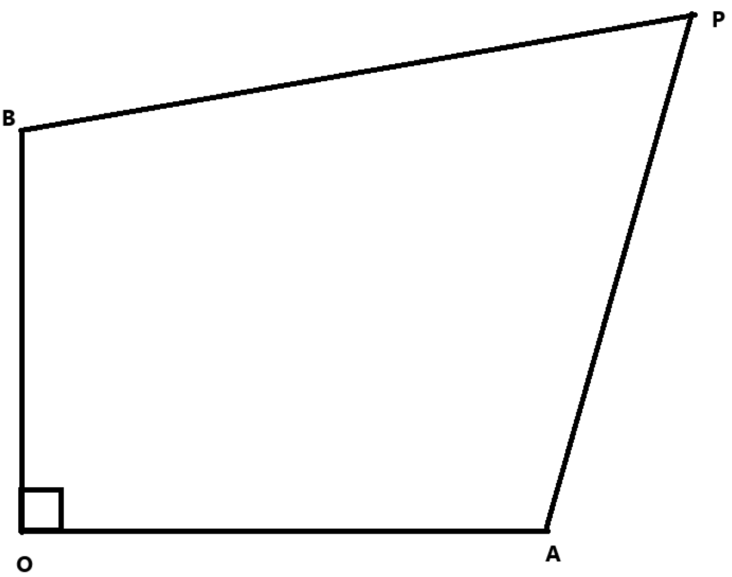


図２

図２のように、平面上に∠Ｏが直角の四角形ＯＡＰＢをつくる。

$\overrightarrow{OP}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$　とする。

$\triangle OAP=\alpha\triangle OAB,\ \triangle OBP=\beta\triangle OAB$　だから、

四角形ＯＡＰＢの面積をＳとすると

$$S=\triangle OAP+\triangle OBP=(\alpha+\beta)\triangle OAB=(\alpha+\beta)\cdot\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OB$$

すなわち　$4S^2=(\alpha+\beta)^2\cdot OA^2\cdot OB^2$

(5)　Ｓ１＋Ｓ２＋Ｓ３　の計算

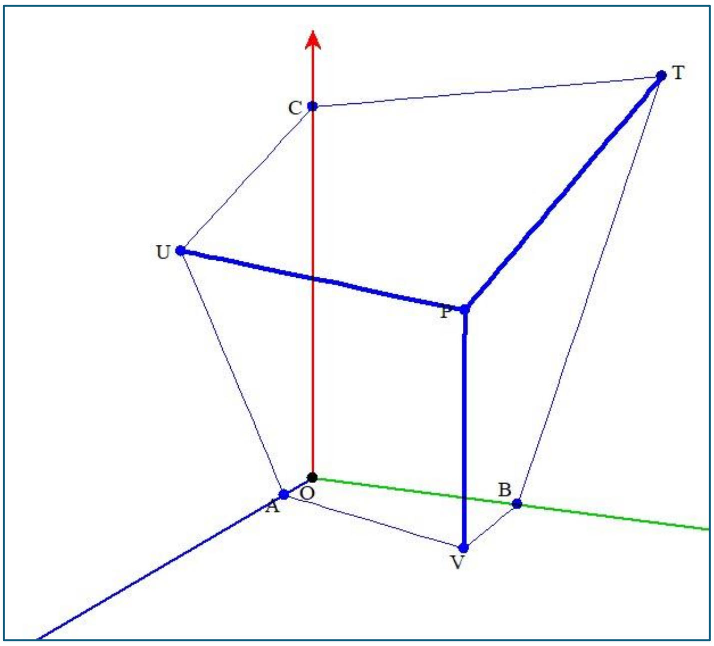


図１（再掲）

四角形ＯＡＶＢの面積をＳ１、四角形ＯＢＴＣの面積をＳ２、四角形ＯＣＵＡの面積をＳ３とする。

$\mathrm{A}(a,0,0)$, $\mathrm{B}(0,b,0)$, $\mathrm{V}(v_1-t_1\,,\,v_2-u_2\,,0)$　　より、

$$
\begin{aligned}
4\mathrm{S}_1{}^2&=\left(\frac{v_1-t_1}{a}+\frac{v_2-u_2}{b}\right)^2\cdot\mathrm{OA}^2\cdot\mathrm{OB}^2\\
&=\left(\frac{v_1-t_1}{a}+\frac{v_2-u_2}{b}\right)^2a^2b^2\\
&=\{(v_1-t_1)b+(v_2-u_2)a\}^2
\end{aligned}
$$

同様に

$$
\begin{aligned}
4\mathrm{S}_2{}^2&=\{(t_2-u_2)c+(t_3-v_3)b\}^2\\
4\mathrm{S}_3{}^2&=\{(u_3-v_3)a+(u_1-t_1)c\}^2
\end{aligned}
$$

これから、

$-2u_2v_2-2u_3v_3=2u_1v_1$ であることなども用いて、

$$
\begin{aligned}
4(\mathrm{S}_1{}^2+\mathrm{S}_2{}^2+\mathrm{S}_3{}^2) &= \{(v_1-t_1)b+(v_2-u_2)a\}^2+\{(t_2-u_2)c+(t_3-v_3)b\}^2+\{(u_3-v_3)a+(u_1-t_1)c\}^2 \\
&= a^2(u_2{}^2+u_3{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2-2u_2v_2-2u_3v_3) \\
&\quad +b^2(v_3{}^2+v_1{}^2+t_3{}^2+t_1{}^2-2v_1t_1-2v_3t_3) \\
&\quad\quad +c^2(t_1{}^2+t_2{}^2+u_1{}^2+u_2{}^2-2t_1u_1-2t_2u_2) \\
&\quad\quad\quad +2ab(v_1-t_1)(v_2-u_2)+2bc(t_2-u_2)(t_3-v_3)+2ca(u_3-v_3)(u_1-t_1) \\
&= a^2(u_2{}^2+u_3{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2+2u_1v_1) \\
&\quad +b^2(v_3{}^2+v_1{}^2+t_3{}^2+t_1{}^2+2v_2t_2) \\
&\quad\quad +c^2(t_1{}^2+t_2{}^2+u_1{}^2+u_2{}^2+2t_3u_3) \\
&\quad\quad\quad +2ab(v_1v_2-u_2v_1-v_2t_1+t_1u_2) \\
&\quad\quad\quad\quad +2bc(t_2t_3-v_3t_2-t_3u_2+u_2v_3) \\
&\quad\quad\quad\quad\quad +2ca(u_3u_1-t_1u_3-u_1v_3+v_3t_1) \\
&= \frac{1}{\boxed{uv_{23}}^2}a'^2(u_2{}^2+u_3{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2+2u_1v_1) \\
&\quad +\frac{1}{\boxed{vt_{31}}^2}b'^2(v_3{}^2+v_1{}^2+t_3{}^2+t_1{}^2+2v_2t_2) \\
&\quad\quad +\frac{1}{\boxed{tu_{12}}^2}c'^2(t_1{}^2+t_2{}^2+u_1{}^2+u_2{}^2+2t_3u_3) \\
&\quad\quad\quad +\frac{2}{\boxed{uv_{23}}\cdot\boxed{vt_{31}}}a'b'(v_1v_2-u_2v_1-v_2t_1+t_1u_2) \\
&\quad\quad\quad\quad +\frac{2}{\boxed{vt_{31}}\cdot\boxed{tu_{12}}}b'c'(t_2t_3-v_3t_2-t_3u_2+u_2v_3) \\
&\quad\quad\quad\quad\quad +\frac{2}{\boxed{tu_{12}}\cdot\boxed{uv_{23}}}c'a'(u_3u_1-t_1u_3-u_1v_3+v_3t_1)
\end{aligned}
$$

この式の分母を$\boxed{uv_{23}}^2\boxed{vt_{31}}^2\boxed{tu_{12}}^2$でそろえたときに、

前で挙げたa',b',c'を用いて分子は、

$$
\begin{aligned}
& a'^2(u_2{}^2+u_3{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2+2u_1v_1)\boxed{vt_{31}}^2\boxed{tu_{12}}^2 \\
&\quad +b'^2(v_3{}^2+v_1{}^2+t_3{}^2+t_1{}^2+2v_2t_2)\boxed{tu_{12}}^2\boxed{uv_{23}}^2 \\
&\quad\quad +c'^2(t_1{}^2+t_2{}^2+u_1{}^2+u_2{}^2+2t_3u_3)\boxed{uv_{23}}^2\boxed{vt_{31}}^2 \\
&\quad\quad\quad +2a'b'(v_1v_2-u_2v_1-v_2t_1+t_1u_2)\boxed{uv_{23}}\ \boxed{vt_{31}}\ \boxed{tu_{12}}^2 \\
&\quad\quad\quad\quad +2b'c'(t_2t_3-v_3t_2-t_3u_2+u_2v_3)\boxed{uv_{23}}^2\boxed{vt_{31}}\ \boxed{tu_{12}} \\
&\quad\quad\quad\quad\quad +2c'a'(u_3u_1-t_1u_3-u_1v_3+v_3t_1)\boxed{uv_{23}}\ \boxed{vt_{31}}^2\boxed{tu_{12}}
\end{aligned}
$$

上から
←ア
←イ
←ウ
←エ
←オ
←カ

この式の 1 行目からア, イ, ウ, エ, オ, カとしておく。

また、

$$
\begin{aligned}
a' &= \boxed{uv_{32}}t_1+\boxed{uv_{13}}u_2+\boxed{uv_{21}}v_3 = u_3v_2t_1-u_2v_3t_1+u_1v_3u_2-u_3v_1u_2+u_2v_1v_3-u_1v_2v_3 \\
b' &= \boxed{vt_{32}}t_1+\boxed{vt_{13}}u_2+\boxed{vt_{21}}v_3 = v_3t_2t_1-v_2t_3t_1+v_1t_3u_2-v_3t_1u_2+v_2t_1v_3-v_1t_2v_3 \\
c' &= \boxed{tu_{32}}t_1+\boxed{tu_{13}}u_2+\boxed{tu_{21}}v_3 = t_3u_2t_1-t_2u_3t_1+t_1u_3u_2-t_3u_1u_2+t_2u_1v_3-t_1u_2v_3
\end{aligned}
$$

である。

(6)　Ｓ４＋Ｓ５＋Ｓ６　の計算

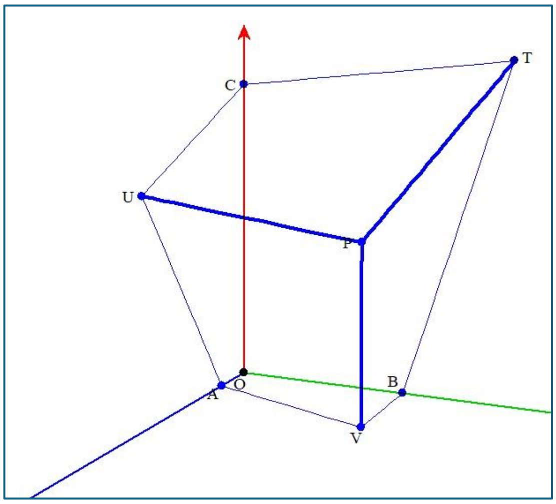


図１（再掲）

四角形ＰＴＣＵの面積をＳ４、四角形ＰＵＡＶの面積をＳ５、四角形ＰＶＢＴの面積をＳ６とする。

$\overrightarrow{\mathrm{PT}}=(t_1,t_2,t_3)$，$\overrightarrow{\mathrm{PU}}=(u_1,u_2,u_3)$　　また『３点、Ａ，Ｂ，Ｃ　の座標』の項で示したことより、

$\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\dfrac{t_1u_2-u_1u_2}{t_1u_2-t_2u_1}\overrightarrow{\mathrm{PT}}+\dfrac{t_1u_2-t_1t_2}{t_1u_2-t_2u_1}\overrightarrow{\mathrm{PU}}$　よって、

$$
\begin{aligned}
4\mathrm{S}_4{}^2&=\left(\frac{t_1u_2-u_1u_2}{t_1u_2-t_2u_1}+\frac{t_1u_2-t_1t_2}{t_1u_2-t_2u_1}\right)^2\cdot\mathrm{PT}^2\cdot\mathrm{PU}^2\\
&=\left(\frac{2t_1u_2-t_1t_2-u_1u_2}{t_1u_2-t_2u_1}\right)^2(t_1{}^2+t_2{}^2+t_3{}^2)(u_1{}^2+u_2{}^2+u_3{}^2)\\
&=\left(\frac{2t_1u_2-t_1t_2-u_1u_2}{\boxed{tu_{12}}}\right)^2(t_1{}^2+t_2{}^2+t_3{}^2)(u_1{}^2+u_2{}^2+u_3{}^2)
\end{aligned}
$$

同様に、

$$4\mathrm{S}_5{}^2=\left(\frac{2u_2v_3-u_2u_3-v_2v_3}{\boxed{uv_{23}}}\right)^2(u_1{}^2+u_2{}^2+u_3{}^2)(v_1{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2)$$

$$4\mathrm{S}_6{}^2=\left(\frac{2v_3t_1-v_3v_1-t_3t_1}{\boxed{vt_{31}}}\right)^2(v_1{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2)(t_1{}^2+t_2{}^2+t_3{}^2)$$

$$
\begin{aligned}
4(\mathrm{S}_4{}^2+\mathrm{S}_5{}^2+\mathrm{S}_6{}^2)=&\left(\frac{2t_1u_2-t_1t_2-u_1u_2}{\boxed{tu_{12}}}\right)^2(t_1{}^2+t_2{}^2+t_3{}^2)(u_1{}^2+u_2{}^2+u_3{}^2)\\
&+\left(\frac{2u_2v_3-u_2u_3-v_2v_3}{\boxed{uv_{23}}}\right)^2(u_1{}^2+u_2{}^2+u_3{}^2)(v_1{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2)\\
&+\left(\frac{2v_3t_1-v_3v_1-t_3t_1}{\boxed{vt_{31}}}\right)^2(v_1{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2)(t_1{}^2+t_2{}^2+t_3{}^2)
\end{aligned}
$$

この式の分母を$\boxed{uv_{23}}^2\boxed{vt_{31}}^2\boxed{tu_{12}}^2$でそろえたときに、分子は、

$$
\begin{aligned}
&(2t_1u_2-t_1t_2-u_1u_2)^2(t_1{}^2+t_2{}^2+t_3{}^2)(u_1{}^2+u_2{}^2+u_3{}^2)\boxed{uv_{23}}^2\boxed{vt_{31}}^2\\
&+(2u_2v_3-u_2u_3-v_2v_3)^2(u_1{}^2+u_2{}^2+u_3{}^2)(v_1{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2)\boxed{vt_{31}}^2\boxed{tu_{12}}^2\\
&+(2v_3t_1-v_3v_1-t_3t_1)^2(v_1{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2)(t_1{}^2+t_2{}^2+t_3{}^2)\boxed{tu_{12}}^2\boxed{uv_{23}}^2
\end{aligned}
$$

上から
←キ
←ク
←ケ

これを上の行から、キ, ク, ケとする。

2　エクセルを用いての計算

(1)　はじめに

使用する文字は９個（$t_1,t_2,t_3,u_1,u_2,u_3,v_1,v_2,v_3$）であるので、それらの積からなる１つの項を、エクセル上で、「係数および指数の、計 10 個の数値」で表現した。

例

それぞれの指数

係	t1	t2	t3	u1	u2	u3	v1	v2	v3
1	6	0	0	0	2	2	0	4	2
-2	5	0	1	0	2	2	1	4	1
-4	3	1	2	2	1	2	3	2	0

上の表では、2 行目～4 行目が３つの項を表し、ひとつのつながった表では、その和を表すものとする。

この表では、$t_1^6u_2^2u_3^2v_2^4v_3^2-2t_1^5t_3u_2^2u_3^2v_1v_2^4v_3-4t_1^3t_2t_3^2u_1^2u_2u_3^2v_1^3v_2^2$ を表している。

また、途中から、係数の中にある定数kを用いている。途中からエクセル上では、

「係数（「数値」と「定数kの指数」）および指数、計 11 個の数値」で表現している。

例

それぞれの指数

係	k	t1	t2	t3	u1	u2	u3	v1	v2	v3
1	0	6	0	0	0	2	2	0	4	2
-2	2	5	0	1	0	2	2	1	4	1
-4	8	3	1	2	2	1	2	3	2	0

この表では、$t_1^6u_2^2u_3^2v_2^4v_3^2-2k^2t_1^5t_3u_2^2u_3^2v_1v_2^4v_3-4k^8t_1^3t_2t_3^2u_1^2u_2u_3^2v_1^3v_2^2$ を表している。

(2)　計算システムのエクセルシート（マクロ入り）の作成

上記９個（k を含めると 10 個）の文字専用で使えるエクセルのシステムファイルを作成した。

※下の表を参照

エクセルシート名	ファイル説明
①-展開計算シート.xlsm	多項式の２乗を求めたり、 多項式×多項式の計算をする。
②-同類項まとめシステム.xlsm	同類項を探し、まとめる。
③-同類項まとめシステム(k版).xlsm	同類項を探し、まとめる。 (係数ｋを文字とみなすバージョン)
④-v1消去システム(k版).xlsm	v1,v2,v3を消去するシステムその１。
⑤-v2消去システム(k版).xlsm	v1,v2,v3を消去するシステムその２。
⑥-v3消去システム(k版).xlsm	v1,v2,v3を消去するシステムその３。
⑦-t3u3消去システム(k版).xlsm	t3,u3の一方を消去するシステム。
⑧-検証シート.xlsm	作業途中にて、 S1^2+S^2+S3^2＝S4^2＋S5^2＋S6^2 が成立しているか、確認する。 （証明には使用せず）

〈各シートの説明〉

・「①-展開計算シート.xlsm」は、多項式の２乗を求める関数、および多項式同士の積を展開するマクロの入ったエクセルシート。

・「②-同類項まとめシステム.xlsm」「③-同類項まとめシステム(k 版).xlsm」は、ピボットテーブルを用いて、同類項をまとめ、係数の和を求めるシート。

・「④-v1 消去システム(k 版).xlsm」「⑤-v2 消去システム(k 版).xlsm」「⑥-v3 消去システム(k 版).xlsm」は、$t_1u_1+t_2u_2+t_3u_3=0$ －①，$u_1v_1+u_2v_2+u_3v_3=0$ －② ,$v_1t_1+v_2t_2+v_3t_3=0$ －③
の②と③を連立して得られる式、

$v_2=\dfrac{t_3u_1-t_1u_3}{t_2u_3-t_3u_2}v_1$ ，$v_3=\dfrac{t_1u_2-t_2u_1}{t_2u_3-t_3u_2}v_1$ から、

$(v_1,v_2,v_3)=k(t_2u_3-t_3u_2\,,t_3u_1-t_1u_3\,,t_1u_2-t_2u_1)$ と置き換えを行っている。このとき、

$k=\dfrac{v_1}{t_2u_3-t_3u_2}$ である。

・「⑦-t3u3 消去システム(k 版).xlsm」は、$t_1u_1+t_2u_2+t_3u_3=0$ －①
から得られる、$t_3u_3=-t_1u_1-t_2u_2$ を用いて、
t_3u_3 の累乗部分（$t_3u_3\,,(t_3u_3)^2\,,(t_3u_3)^3$ など）について置換を行い、
結果的に、$t_3\,,u_3$ のどちらか一方を各項から消去している。

(3)　作業の流れ

$$4(S_1{}^2+S_2{}^2+S_3{}^2)=\frac{ア+イ+ウ+エ+オ+カ}{\boxed{uv_{23}}^2\boxed{vt_{31}}^2\boxed{tu_{12}}^2}$$ であり、

$$4(S_4{}^2+S_5{}^2+S_6{}^2)=\frac{キ+ク+ケ}{\boxed{uv_{23}}^2\boxed{vt_{31}}^2\boxed{tu_{12}}^2}$$ であることから、

（ア＋イ＋ウ＋エ＋オ＋カ）－（キ＋ク＋ケ）＝０　であることを示せばよい。

(4)　作業後のエクセルシート名と作業後の項の個数

※下の表は作業の進行順に並べている。

計算システムの　①～⑦を用いて、（ア＋イ＋ウ＋エ＋オ＋カ）－（キ＋ク＋ケ）を計算した。

出現する文字は９個（$t_1, t_2, t_3, u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3$）だが、

$t_1u_1+t_2u_2+t_3u_3=0$　－①，$u_1v_1+u_2v_2+u_3v_3=0$　－②　，$v_1t_1+v_2t_2+v_3t_3=0$　－③

を用いて、t_1, t_2, t_3 を消去（代わりに k が出現）し、各項から t_3, u_3 の一方を消去することで、

（ア＋イ＋ウ＋エ＋オ＋カ）－（キ＋ク＋ケ）＝０　を導き出した。

これより、「『三平方の和』は等しい」ことが証明された。

作業後のエクセルシート名	ファイル説明	作業後の項の数
01-よく使う式.xlsx	a',b',c'　および　tu12とuv23とvt31に関する積をあらかじめ計算	
02-アの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	1050
03-イの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	1050
04-ウの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	1050
05-エの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	1728
06-オの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	1728
07-カの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	1728
08-アイウエオカの和の同類項まとめ.xlsm	8334項の中にある同類項を整理し、2706項にまとめた。	2706
09-キの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	540
10-クの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	540
11-ケの計算シート.xlsm	右に示す項の数のある式が生成された。	540
12-キクケの和の同類項まとめ.xlsm	1620項の中にある同類項を整理し、1404項にまとめた。	1404
13-「アイウエオカの和」マイナス「キクケの和」.xlsx	2706項と1404項で合わせて4110項	4110
14-全項の同類項まとめ.xlsm	4110項の中にある同類項を整理し、2955項にまとめた。	2955
15-全項のv1消去(k版).xlsm	2955項の中にあるv1を消去。kが出現。6938項になる。	6938
16-全項のv2消去(k版).xlsm	6938項の中にあるv2を消去。15327項になる。	15327
17-全項のv3消去(k版).xlsm	15327項の中にあるv3を消去。52329項になる。	52329
18-v1v2v3消去後の全項の同類項まとめ(k版).xlsm	52329項の中にある同類項を整理した。(kを文字とみなした)。4785項になる。	4785
19-全項のt3u3消去1回目(k版).xlsm	(t3u3)^4～(t3u3)^1について、t3u3=-t1u1-t2u2 と置換し、(t3u3)の次数を減らす。	6821
20-全項のt3u3消去２回目(k版).xlsm	同様に(t3u3)^4～(t3u3)^1を置換。t3u3の完全消去。13439項になる。	13439
21-t3u3消去後の全項の同類項のまとめ(k版).xlsm	13439項の中にある同類項を整理し、０を得る。	0