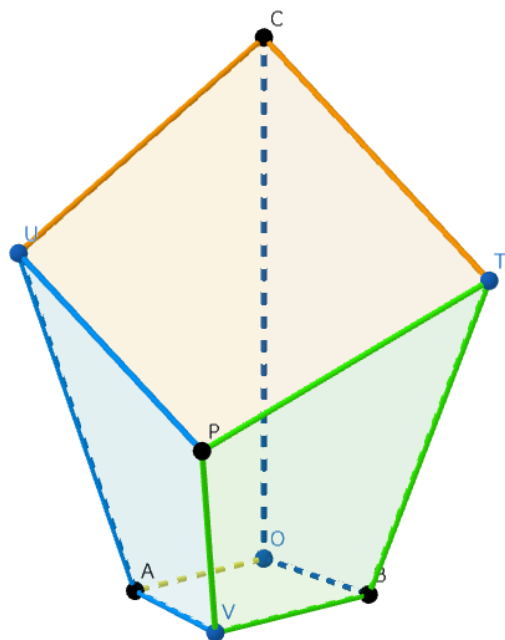


## V 6つの四角形で囲まれた六面体の「面積法ベクトル\*」の和は $\vec{0}$ になる

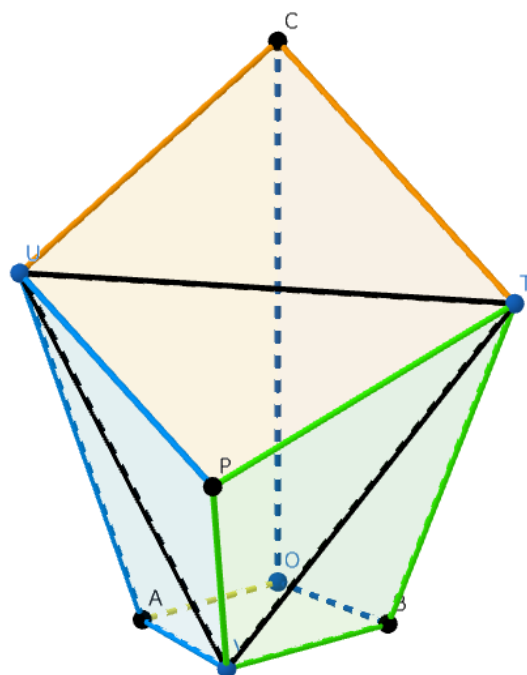
(\*名称はYahoo!知恵袋=ID「灰色トム号」さんの造語。)

### 1 6つの四角形で囲まれた六面体の「面積法ベクトル」の和は $\vec{0}$ になる。

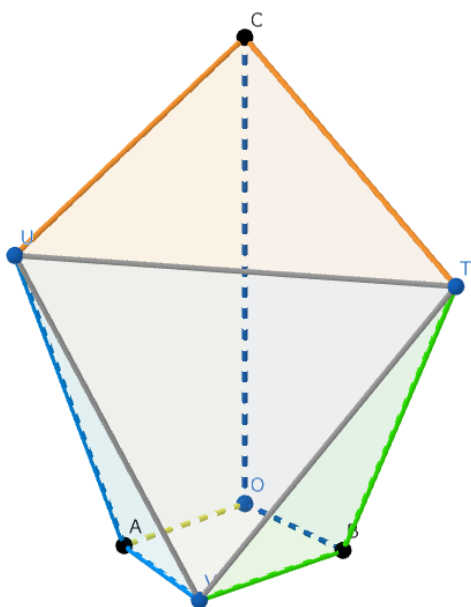
(1) 六面体を、5つの四面体に分割してみる



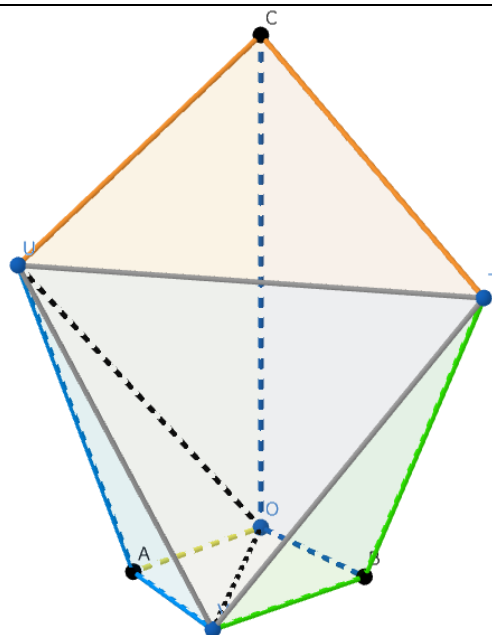
「六面体OAVB-CUPT (六面体①)」から



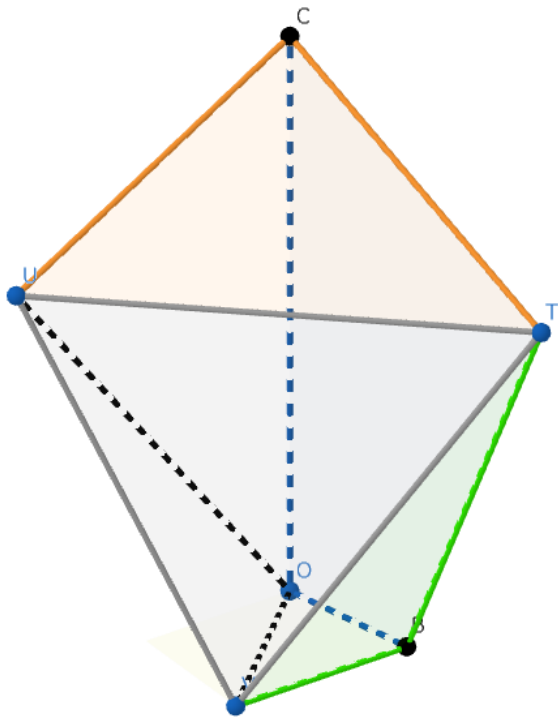
「四面体PTUV (四面体①)」を切り出し



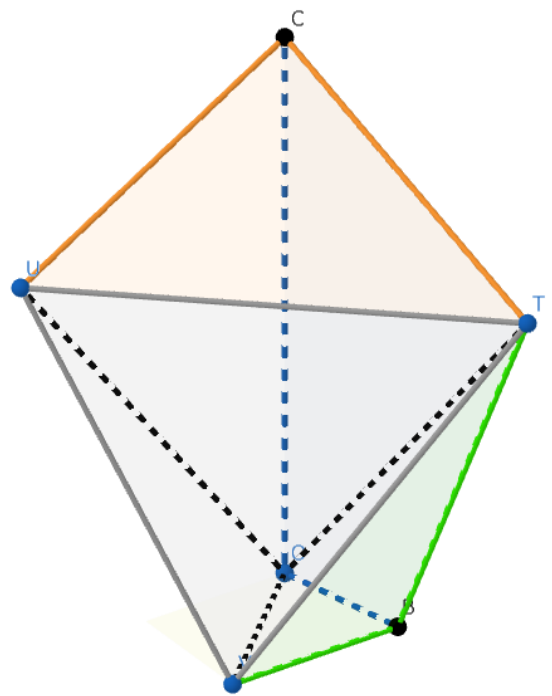
このような「七面体②」を残す。



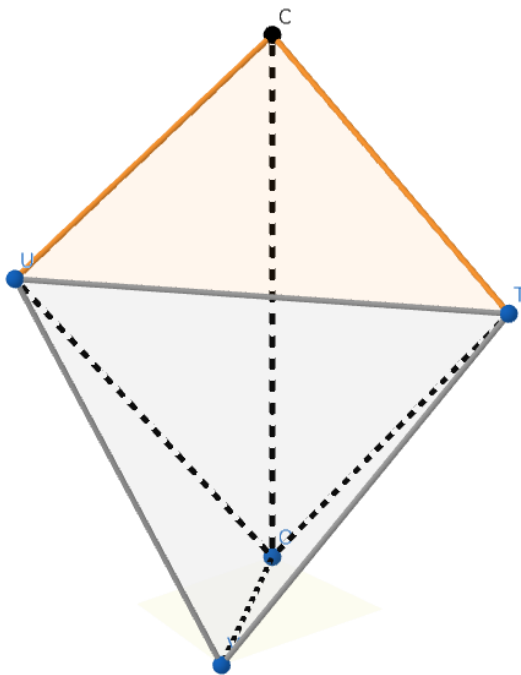
次に「四面体AOUV (四面体②)」を切り出し



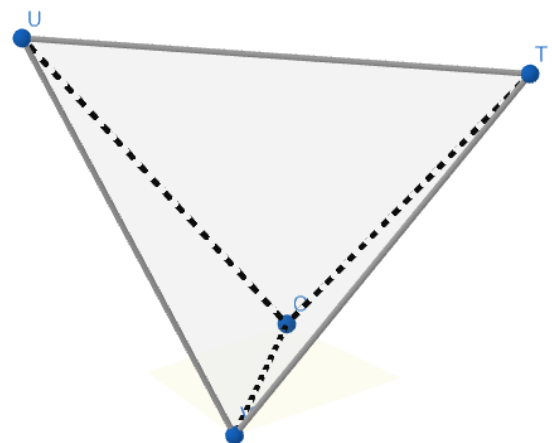
このような「七面体③」を残す。



さらに、「四面体B O V T (四面体③)」を切り出し



このような「六面体④」を残す。  
ここから、「四面体C O T U (四面体④)」を取り除けば、



「四面体O T U V (四面体⑤)」が残る。

このように、「六面体①」は、五つの四面体に分割される。

(2) この「六面体①」の面積法ベクトルの和が $\vec{0}$ になることの説明

前述のように①②③④⑤の各四面体において、「面積法ベクトル」の和は $\vec{0}$ となることを用いる。

(1)の図を逆にたどっていくことにする。

「四面体④」と「四面体⑤」をくっつけたとき、  
共通する面（ $\triangle OTU$ ）の面積法ベクトルは、互いに逆ベクトルになることから、  
やはり、「六面体④」の面積法ベクトルの和は、 $\vec{0}$ になる。

・そこに「四面体③」をくっつけたとき、  
共通する面（ $\triangle OVT$ ）の面積法ベクトルは、互いに逆ベクトルになり、  
 $\triangle OBT$ と $\triangle OCT$ は四角形 $OBTC$ となるときに、二つの三角形の面積法ベクトルは、  
同じ向きであることから、統合されて、四角形 $OBTC$ の面における面積法ベクトルに変換される。  
よって「七面体③」の面積法ベクトルの和は、 $\vec{0}$ になる。

そこに「四面体②」をくっつけたとき、  
共通する面（ $\triangle OUV$ ）について、および四角形 $OAVB$ と四角形 $OAUC$ の面をについて、  
同様に考えることにより、「②七面体」の面積法ベクトルの和は $\vec{0}$ になる。

そこに「四面体①」をくっつけたとき、  
共通する面（ $\triangle TUV$ ）について、および四角形 $PTVB$ と四角形 $PUAV$ と四角形 $PTCU$ について、  
同様に考えることにより、「六面体①」の面積法ベクトルの和は $\vec{0}$ になる。

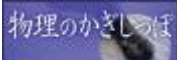
## 2 任意の多面体の「面積法ベクトル」の和は $\vec{0}$ になる

1のように、任意の多面体は、四面体に分割できる。  
この分割を逆にたどっていけば、

任意の多面体の「面積法ベクトル」の和は $\vec{0}$ になる。

### 3 参考サイト

以下は「物理のかぎしっぽ」の中の「面積ベクトル」のページ  
<https://hooktail.sub.jp/vectoranalysis/AreaVector/>  
の画面コピーです。



#### 定理

閉曲面の面積ベクトルの総和は0になります。

この結果は、実は次のような状況をイメージできれば、感覚としては当然の結果だと言えます。空気中に何か物を置くと、その物体は四方八方から空気圧を受けます。例えば、机の上にボールを置いた様子を想像してください。これぐらい物体が小さければ、空気圧は一定とみなせるので、これを  $p$  とします。ボール表面の微小面積が受ける力  $dF$  は、面積ベクトル  $dS$  を用いて  $dF = pdS$  と表現できるでしょう。これを、ボールの表面積全体に渡って積分します。

$$\int_{\text{ball surface}} \int pdS = p \int_{\text{ball surface}} \int dS$$

この右辺は0になるはずですが、なぜかと言えば、もし右辺が0でなければ、ボールはどちらから力を受け、独りでに転がり始めてしまうはずだからです。『ボールが勝手に動き出すはずない』という物理的経験則を、数学の証明にするのはかなり乱暴ですが、面積ベクトルの和が零になることの説明として、心の中でこんな物理的意味を考えておくと定理を忘れないと思います。

確かに・・・物体は勝手に転がり始めたりしませんからね。  
こちらのサイトでは「面積ベクトル」と表現されています。