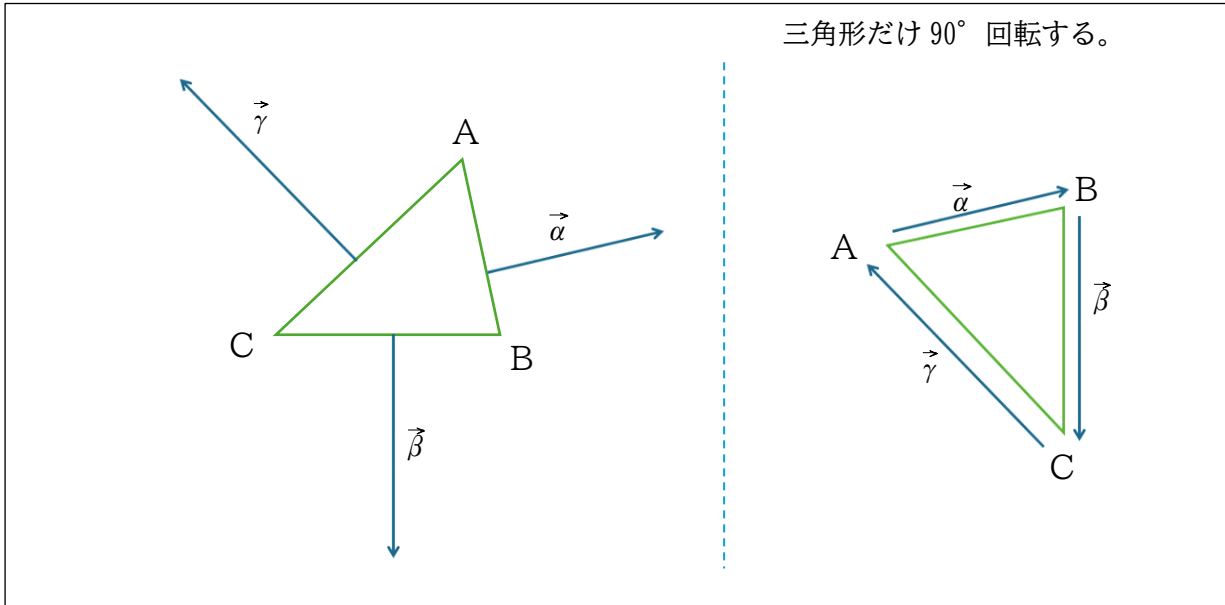


# I 「長さ法ベクトル\*」の和は $\vec{0}$ になる （\*正式名称不明のため、造語）

## 1 平面内の任意の $\triangle ABC$ の各辺において、次の「長さ法ベクトル」を定義する。

「長さ法ベクトル」の定義

- ・ 辺の長さを大きさに持つ。
- ・ 辺と垂直である。
- ・ 向きは、 $\triangle ABC$ の内部から見て、外向きである。



図の左側の3つのベクトルが「長さ法ベクトル」

## 2 「長さ法ベクトル」の和は $\vec{0}$ になる。

**証明**

座標平面内に $A(0,a)$ ,  $B(b,0)$ ,  $C(c,0)$  をとる。

$\overrightarrow{AB} = (b, -a)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (c-b, 0)$ ,  $\overrightarrow{CA} = (-c, a)$  である。

それぞれを、左回りに  $90^\circ$  回転させできる「長さ法ベクトル」 $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ の

成分を計算する。

行列式  $\begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  を掛け算することで求められる。

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c-b \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ c-b \end{pmatrix}$$

$$\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -c \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ -c \end{pmatrix}$$

よって

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ c-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a \\ -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0}$$

■

これは、元の三角形を  $90^\circ$  回転させた三角形の3辺がつくるベクトルと等しくなることから、

$\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$  になることは、容易に解る。(図の右側参照)